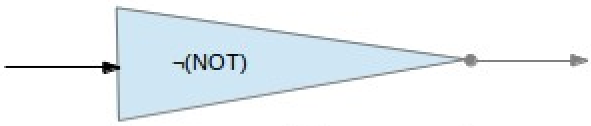
Лаборатория дискретной математики

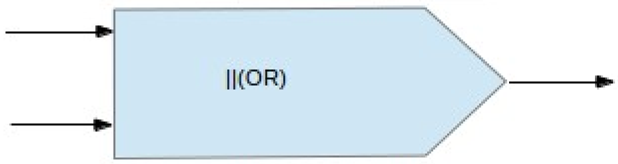
Лабораторная работа. Конструирование логических функций.

В работе изучаются логические функции от нескольких логических переменных. По таблице истинности (исходные данные) получается представление функции в виде формулы и с его помощью программным образом моделируется модульная логическая схема. В настоящем практикуме использованы материалы из обширного ресурса D.J.Eck , который рекомендуется для дальнейшего изучения. На рисунке ниже показаны основные логические функции -инверсия, конъюнкция и дизъюнкция и их таблицы истинности:



X	¬X
0	1
1	0

X	Y	X^Y
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1



X	Y	XvY
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Другие бинарные функции (их всего $2^4=16$) могут быть выражены через основные, например, для импликации и эквивалентности получаем соответственно:

$$X \rightarrow Y = \neg X \vee Y$$

$$X \leftrightarrow Y = (\neg X \vee Y) \wedge (X \vee \neg Y)$$

Рассмотрим в качестве примера функцию F трех переменных X,Y и Z, представленную таблицей

X	0	1	0	1	0	1	0	1
Y	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	0	0	0	1	1	1	1
F	0	1	1	0	0	0	1	1

Для получения формулы функции F можно использовать дизъюнктивную форму

$$F=(X\wedge\neg Y\wedge\neg Z)\vee(\neg X\wedge Y\wedge\neg Z)\vee(\neg X\wedge Y\wedge Z)\vee(X\wedge Y\wedge Z) \qquad (1)$$

или конъюнктивную форму , эквивалентную предыдущей

$$F=(X\vee Y\vee Z)\wedge(\neg X\vee\neg Y\vee Z)\wedge(X\vee Y\vee\neg Z)\wedge(\neg X\vee Y\vee\neg Z) \qquad (2)$$

Эти формулы представляют одну и ту же заданную функцию. Первая из них образована для единичных значений функции F с помощью дизъюнкций однородных конъюнкций самих переменных , если они истинны или же их инверсий в случае нулевого значения. Вторая формула строится для нулевых значений функции F , в ней используются конъюнкции однородных дизъюнкций самих переменных , если они ложны или же их инверсий в случае истинных значений. Формулу (1) можно упростить , если учесть ,что

$$(\neg X\wedge Y\wedge\neg Z)\vee(\neg X\wedge Y\wedge Z)=(\neg X\wedge Y)\wedge(\neg Z\vee Z)=(\neg X\wedge Y)\wedge 1=(\neg X\wedge Y)$$

В новой редакции эта формула выглядит так:

$$F=(X\wedge\neg Y\wedge\neg Z)\vee(\neg X\wedge Y)\vee(X\wedge Y\wedge Z) \qquad (3)$$

Точно также упрощается формула (2) , она принимает следующий вид :

$$F=(X\vee Y)\wedge(\neg X\vee\neg Y\vee Z)\wedge(\neg X\vee Y\vee\neg Z) \qquad (4)$$

Для построения модульной логической схемы запустим программу xLogicCircuits (ярлык ее находится на рабочем столе) . На рис.1 показано начальное расположение

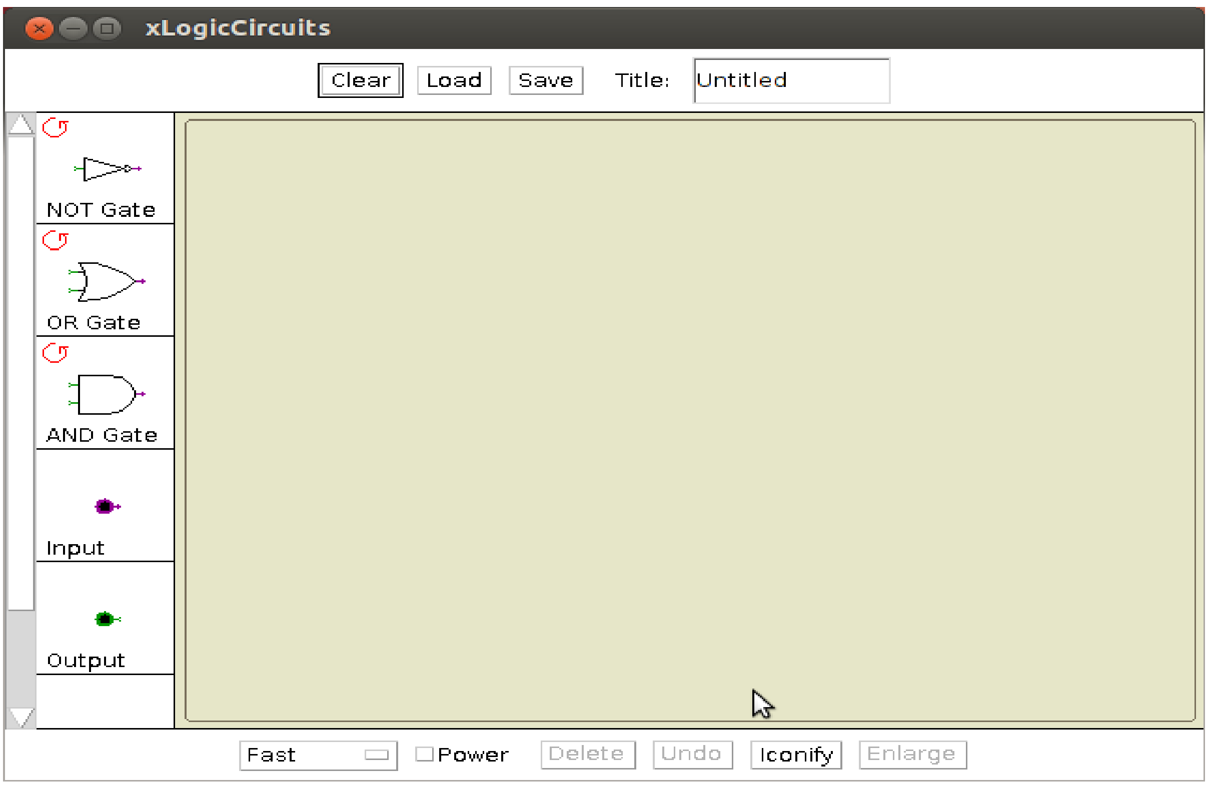


рис. 1

Возьмем за основу формулу (3) и для каждого слагаемого построим подходящий модуль. Слагаемому $(X \wedge \neg Y \wedge \neg Z)$ соответствует Mod 1 ,показанный на рис. 2

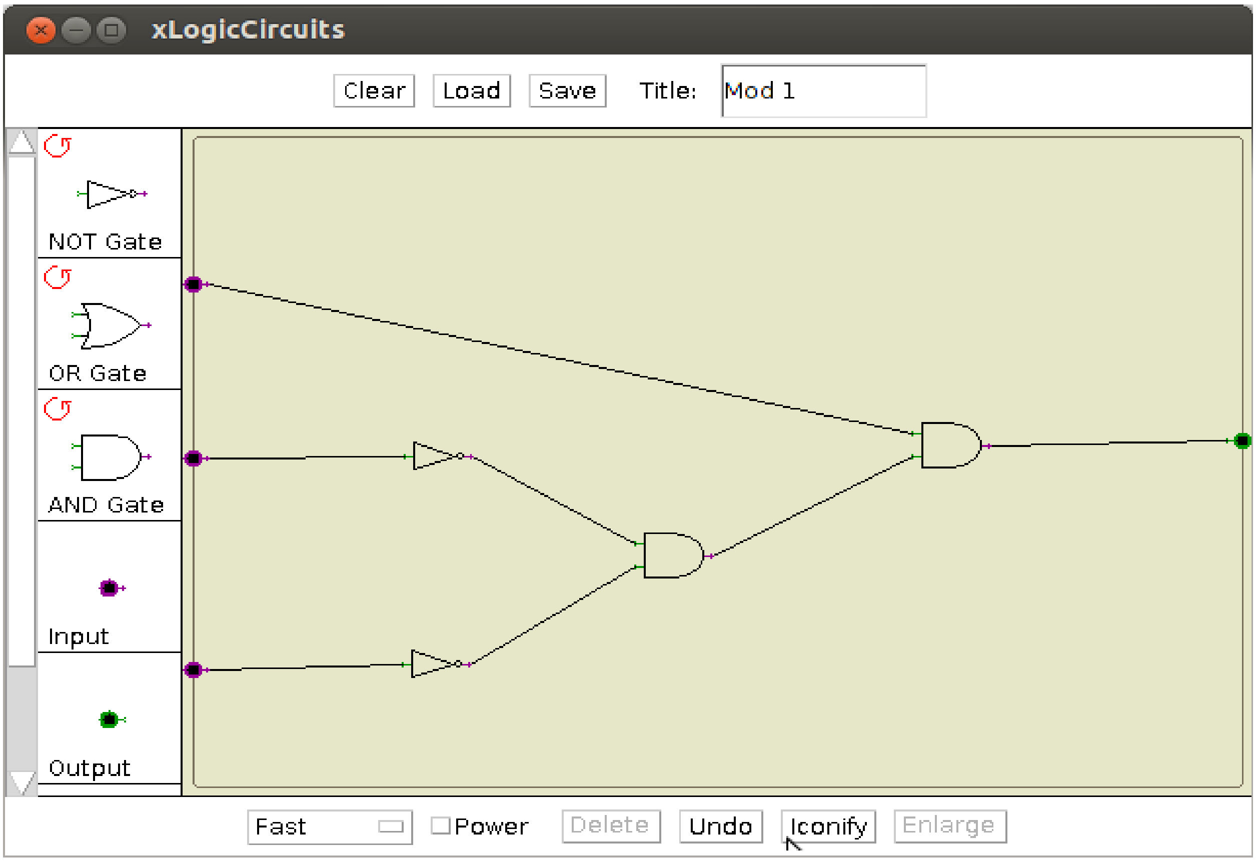


рис. 2

Слагаемому $(\neg X \wedge Y)$ соответствует Mod 2 ,показанный на рис. 3

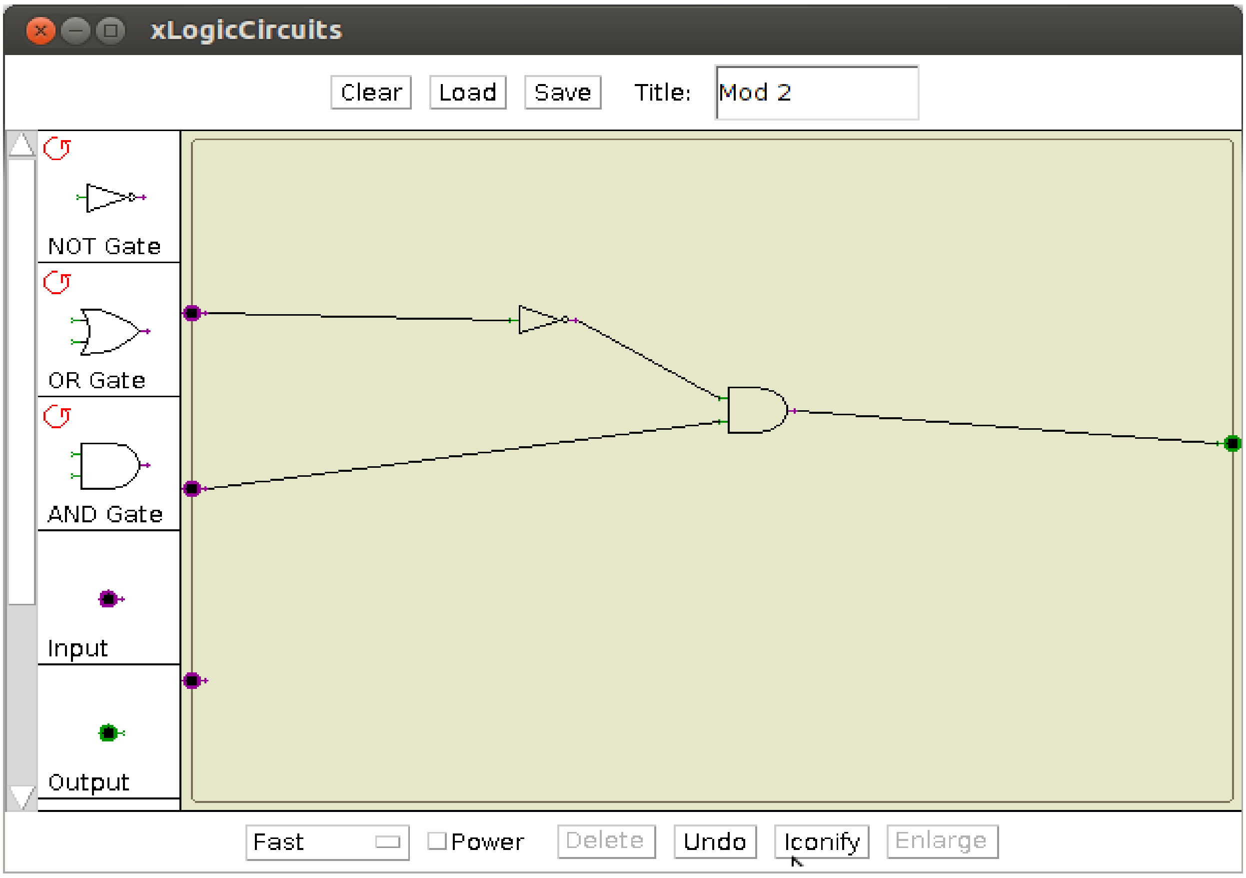


рис. 3

Слагаемому $(X \wedge Y \wedge Z)$ соответствует Mod 3 ,показанный на рис. 4

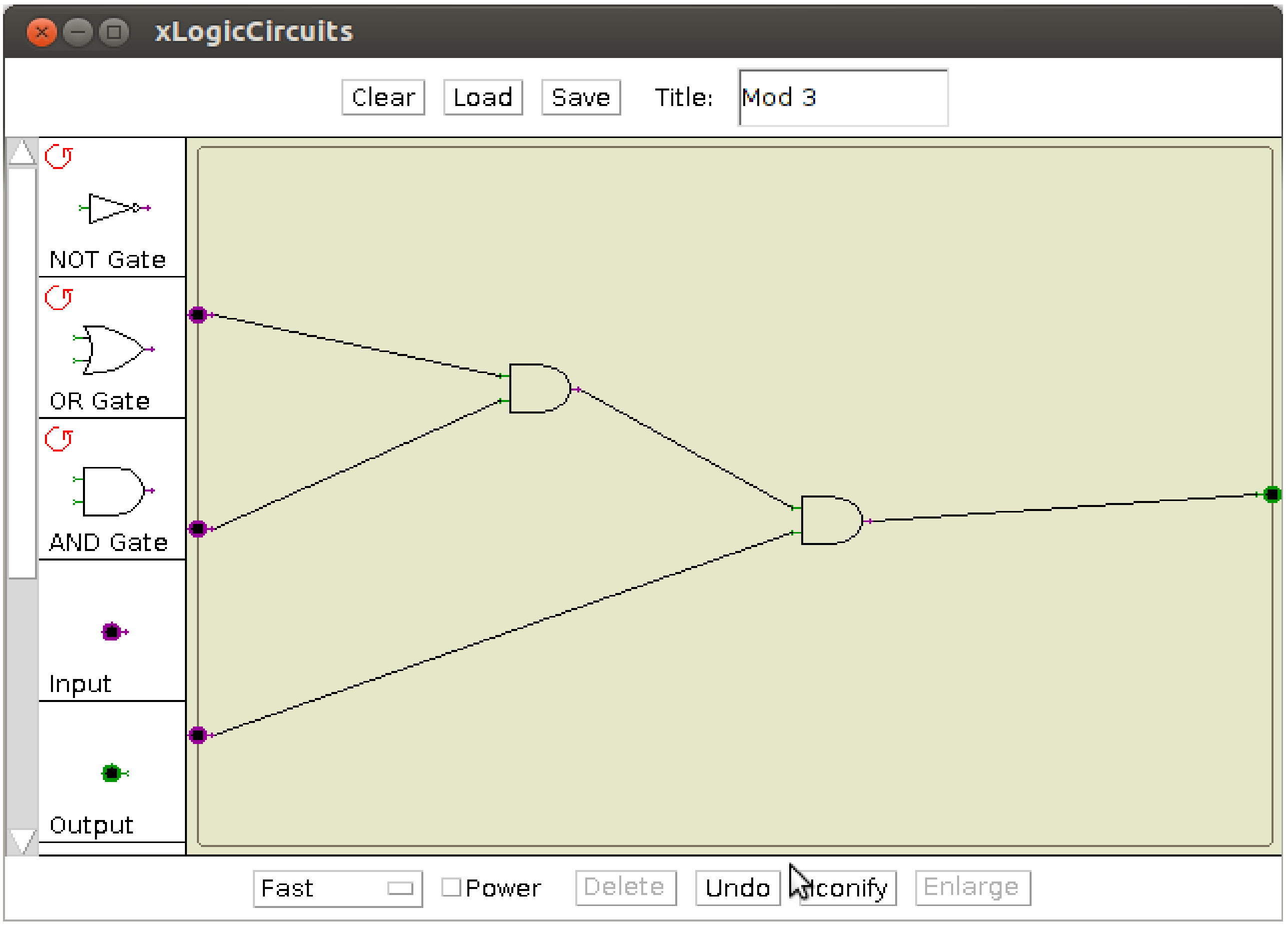


рис. 4

На рис.5 из модулей Mod 1,Mod 2,Mod 3 строится формула (4)

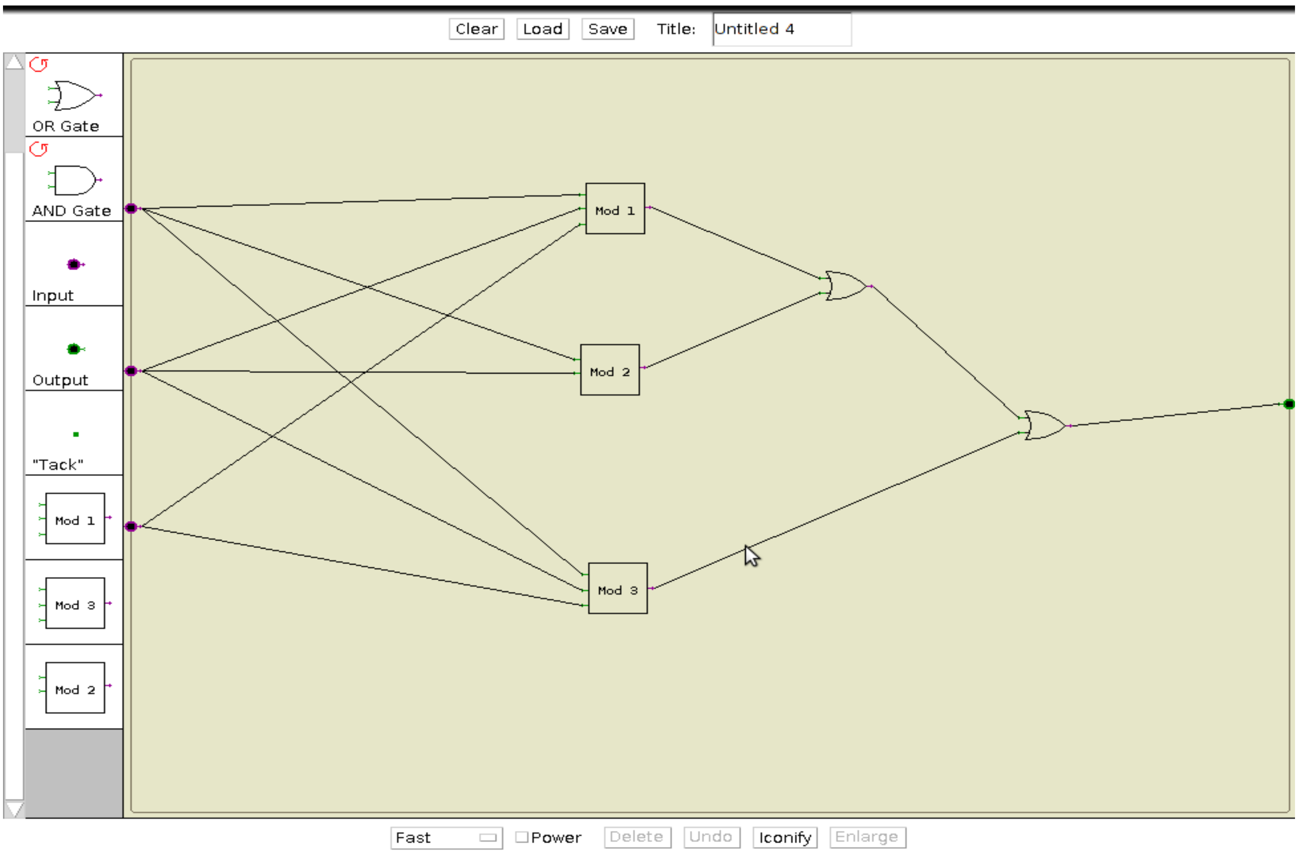


рис. 5

Проверяем работу схемы в соответствии с определением функции F. На рис. 6 показан тест X=0, Y=1, Z=1, F(0,1,1)=1

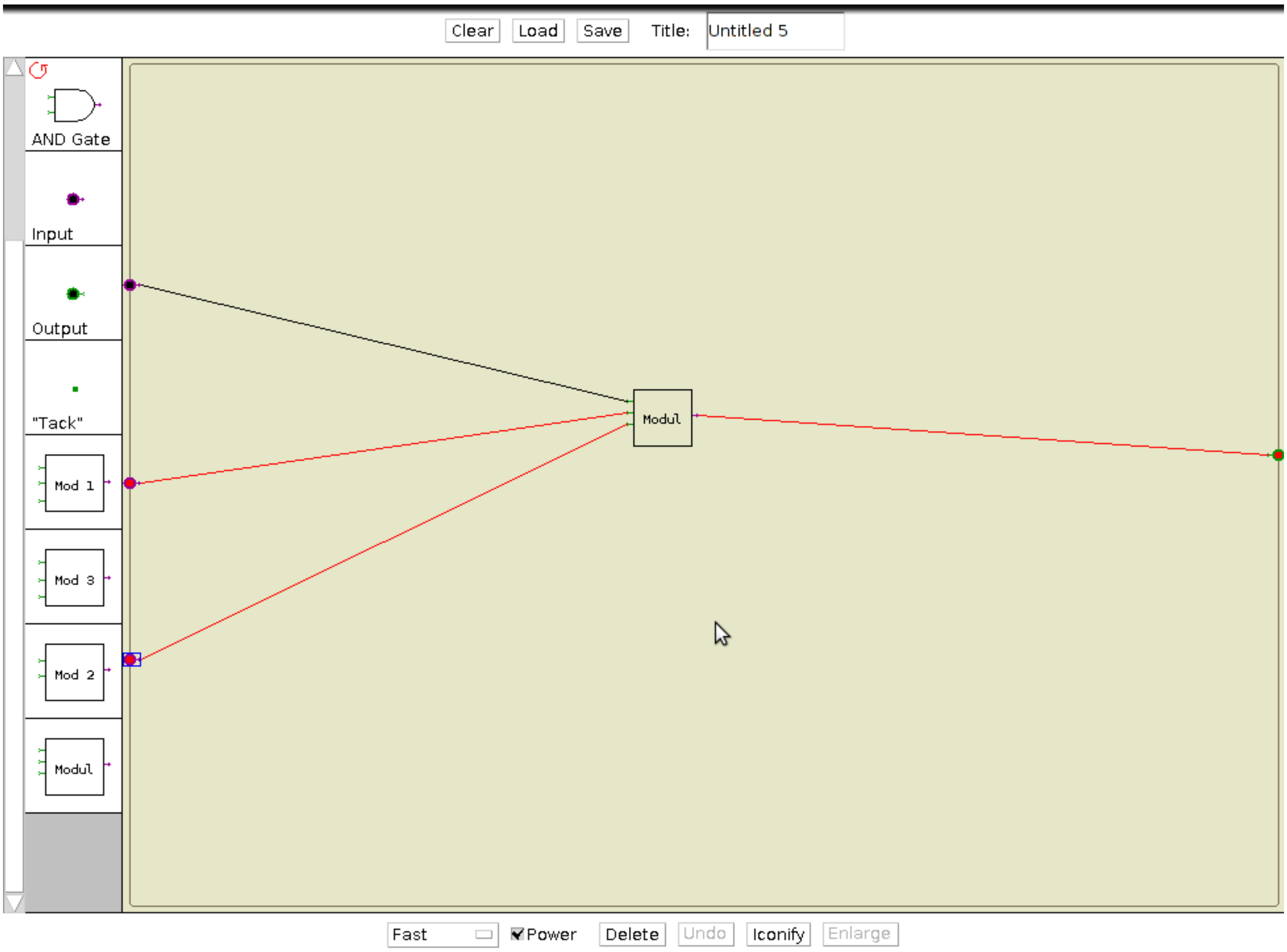


рис. 6

Задание.

1. В соответствии с вариантом написать и упростить формулу для логической функции , представленной своей таблицей (можно использовать дизъюнктивную или конъюнктивную форму)
2. С помощью программы xLogicCircuits построить и протестировать модульную логическую модель.

Вариант 0

X	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
Y	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	0	0	0	1	1	1	1
F	1	1	0	0	0	0	1	1

Вариант 1

X	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
Y	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	0	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	0	1	0	1	1

Вариант 2

X	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
Y	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	0	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	1	1	0	1	1

Вариант 3

X	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
Y	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	0	0	0	1	1	1	1
F	1	1	1	0	0	0	1	0

Вариант 4

X	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
Y	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	0	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	1	0	0	1	1

Вариант 5

X	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
Y	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	0	0	0	1	1	1	1
F	0	1	1	0	1	0	0	1

Вариант 6

X	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
Y	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	0	0	0	1	1	1	1
F	0	1	1	0	0	0	1	1

Вариант 7

X	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
Y	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	0	0	0	1	1	1	1
F	0	1	1	0	0	0	1	1

Вариант 8

X	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
Y	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	0	0	0	1	1	1	1
F	1	0	1	0	1	0	1	0

Вариант 9

X	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
Y	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	0	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	1	1	0	1	0