

Лабораторная работа

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТЕЛА МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: определить моменты инерции твердого тела относительно различных осей вращения.

Введение

Момент инерции тела характеризует способность тела, имеющего ось вращения, раскрутиться вокруг этой оси под действием внешних сил. Он является мерой инертности тела при вращении подобно тому, как масса является мерой инерции при поступательном движении (напомним, что инертность тела это стремление сохранять состояние покоя или движения при попытках изменить это состояние). Чем больше момент инерции, тем труднее раскрутить тело одной и той же силой, имеющей ненулевой момент относительно оси вращения.

Момент инерции относительно оси определяется не только массой тела, но и тем как эта масса распределена в пространстве относительно выбранной оси. Чем дальше одна и та же масса находится от оси, тем больше момент инерции тела относительно этой оси.

Момент инерции твердого тела относительно оси Z определяется следующим образом. Все тело разбивается на бесконечное число бесконечно малых элементарных масс m_i , каждая из которых удалена от оси на расстояние ρ_i (см. рис. 1). После этого вычисляется сумма

$$I = \sum_i m_i \rho_i^2.$$

На практике процедура суммирования заменяется интегрированием по объему тела. Моменты инерции простейших тел, обладающих той или иной симметрией относительно оси, вычислены и хорошо известны. Существует ряд полезных приемов, позволяющих вычислять моменты инерции относительно тех или иных осей (теорема Штейнера, теорема о моменте инерции плоской фигуры относительно трех взаимно перпендикулярных осей и т.д.). У тел неправильной формы момент инерции может быть определен экспериментально. Показать, как это делается – цель этой лабораторной работы.

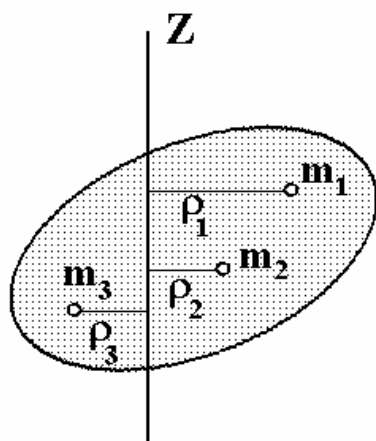


Рис.1

Методика эксперимента

Моменты инерции исследуемых тел будем определять методом крутильных колебаний. Суть метода состоит в следующем. Исследуемое тело с некоторым моментом инерции I закрепляют в рамке экспериментальной установки (I - момент инерции исследуемого тела относительно оси установки или, что то же самое, оси рамки). Рамка может совершать колебательное движение около положения равновесия. Рамку приводят в колебательное движение и определяют период T крутильных колебаний рамки, который, как можно показать, определяется формулой

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I + I_0}{k}},$$

где I_0 - момент инерции ненагруженной рамки, k - жесткость стальной нити, благодаря которой рамка может совершать колебания около положения равновесия.

Затем измеряют T_0 и $T_{\text{э}}$ - периоды колебаний ненагруженной рамки и рамки, нагруженной телом с известным моментом инерции – эталонным телом. В данной работе это металлический куб с длиной ребра a и массой m . Момент инерции кубика относительно оси, перпендикулярной одной из граней и проходящей через центр кубика $I_{\text{э}} = ma^2 / 6$.

Зависимость измеряемых периодов от соответствующих моментов инерции дается системой уравнений:

$$T^2 = 4\pi^2(I + I_0)/k$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 I_0 / k$$

$$T_{\text{э}}^2 = 4\pi^2(I_{\text{э}} + I_0)/k$$

Исключая из этой системы неизвестные величины I_0 и k , получаем формулу для неизвестного момента инерции тела:

$$I = I_{\text{э}} \frac{T^2 - T_0^2}{T_{\text{э}}^2 - T_0^2}. \quad (1)$$

Описание установки

Для определения момента инерции твердых тел при помощи крутильных колебаний предназначен крутильный маятник FRM-205, который представлен на рис. 2.

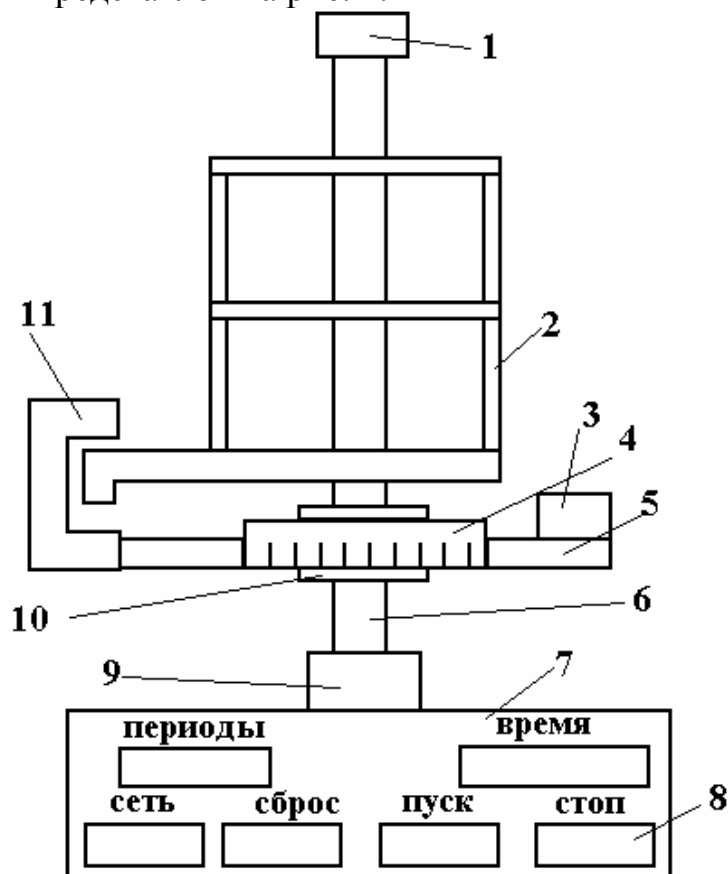


Рис. 2

На основании 8, оснащенном четырьмя ножками с регулируемой высотой, прикреплен миллисекундомер 7. К основанию прикреплена колонка 6, на которой при помощи прижимных винтов закреплены кронштейны 1, 10, 9. Кронштейны 1 и 9 имеют зажимы, служащие для закрепления стальной проволоки, на которой подвешена рамка 2. На кронштейне 10 закреплена стальная плита 5, которая служит основанием фотоэлектрическому датчику 11 и электромагниту 3.

Исследуемые тела крепятся на рамке при помощи подвижной балки, которая перемещается по направляющим между неподвижными балками. Подвижная балка устанавливается путем затягивания гаек на зажимных втулках, помещенных на ней.

Во время колебаний крутильного маятника стрелка рамки прерывает световой поток, падающий с лампочки на фототранзистор фотоэлектрического датчика 11. В результате этого в электронной схеме прибора формируются электрические импульсы, которые после усиления подаются на миллисекундомер. Миллисекундомер подсчитывает время полных колебаний маятника и их число.

Электромагнит 3 предназначен для фиксации рамки в начальном положении перед каждым очередным измерением.

На лицевой панели миллисекундомера есть четыре клавиши.

Клавиша СЕТЬ— выключатель сети. Нажатие этой клавиши включает питающее напряжение. Это определяется визуально по свечению цифровых индикаторов, высвечивающих нули на табло миллисекундомера, и свечения лампочки фотоэлектрического датчика 11.

Клавиша СБРОС — сброс измерителя. Нажатие этой клавиши вызывает сброс схем миллисекундомера и генерирование сигнала на разрешение измерения.

Клавиша ПУСК — выключение электромагнита. Нажатие этой клавиши снимает напряжение с обмоток электромагнита и освобождает рамку, давая ей возможность совершать свободные колебания.

Клавиша СТОП — окончание измерения. Нажатие этой клавиши вызывает генерирование сигнала разрешения на окончание процесса счета.

Определение периода колебаний крутильного маятника

1. В рамке прибора установить исследуемое тело в нужном положении.
2. Включить прибор нажатием клавиши СЕТЬ.
3. Поворачивая рамку прибора, приблизить ее стрелку к электромагниту с целью фиксации начального положения рамки.
4. Нажать клавишу СБРОС.
5. Нажать клавишу ПУСК. При этом рамка начнет совершать свободные колебания.
6. Как только миллисекундомер начнет отсчет времени (это произойдет после первого прерывания стрелкой рамки светового потока в фотоэлектрическом датчике 11), нажать клавишу СТОП. При этом электронное устройство измерит именно период колебания рамки (о чем должна свидетельствовать единица на счетчике числа периодов, помещенном на лицевой панели миллисекундомера).
7. Записать результат в заранее заготовленную таблицу.
8. Перед началом каждого измерения нажимать клавишу СБРОС.

Задание

Определить моменты инерции J , исследуемого тела относительно двух осей, указанных преподавателем. Для этого:

- измерить период колебаний ненагруженной рамки T_0 , период T_9 рамки, нагруженной эталонным телом с известным моментом инерции, и период T рамки с исследуемым телом при двух его ориентациях относительно рамки.
- Каждое измерение выполняется 5 раз. Результаты измерений занести в таблицу.
- Вычислить момент инерции, используя формулу (1). Масса эталонного кубика 0,98 кг, длина его ребра 0,05 м.

Таблица 1. Период колебаний рамки и эталонного тела

№ опыта	Пустая рамка			Эталонное тело		
	n	t	T_0	n	t	T_9
1						
2						
3						
4						
5						
Ср.значение						

Таблица 2. Период колебаний исследуемого тела при двух положениях

№ опыта	Положение №1			Положение №2		
	n	t	T	n	t	T
1						
2						
3						
4						
5						
Ср.значение						

Контрольные вопросы

1. Записать формулы для вычисления моментов инерции простейших тел: однородного диска, кольца, шара, стержня.

2. Дать определение центра масс тела. Сформулировать теорему Штейнера.
3. Сформулировать теорему о моменте инерции плоской фигуры относительно трех взаимно перпендикулярных осей.
4. Записать основное уравнение динамики вращательного движения. Дать определение момента силы относительно точки, относительно оси.
5. Каков момент инерции кольца массы m и радиуса R относительно оси, лежащей в плоскости кольца и проходящей через его диаметр?
6. Как изменится частота колебаний пружинного маятника, если: а) увеличить жесткость пружины в 2 раза; б) увеличить его массу в 2 раза; в) перенести его с Земли на Луну?
7. Изменится ли период колебаний качелей, если вместо одного человека на качели сядут двое?
8. Период вертикальных колебаний груза на резиновом шнуре равен T . Каким будет период колебаний этого груза на том же шнуре, сложенном вдвое?
9. Чему равен период колебаний математического маятника в искусственном спутнике Земли?
10. Чему равен период колебаний математического маятника в лифте, опускающемся с ускорением $a=g$?